

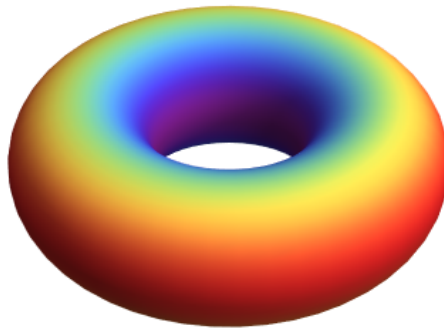
Några egenfunktioner till Laplaceoperatoren på en torus

Här är några egenfunktioner till Laplaceoperatoren på en torus, vilka kan representeras som lösningar på följande randvärdesproblem med periodiska randvillkor:

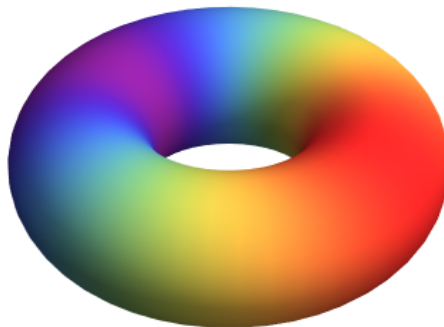
$$\begin{cases} \Delta f(x, y) = kf(x, y), & (x, y) \in [-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi], \\ f(-\pi, y) = f(\pi, y), & y \in [-\pi, \pi], \\ f(x, -\pi) = f(x, \pi), & x \in [-\pi, \pi]. \end{cases}$$

Egenfunktioner för $k = -1$

När $k = -1$ är egenrummet 4-dimensionellt, och spänns upp av $\cos(x)$, $\sin(x)$, $\cos(y)$ och $\sin(y)$. Här är en visualisering av egenfunktionen $\cos(x)$:

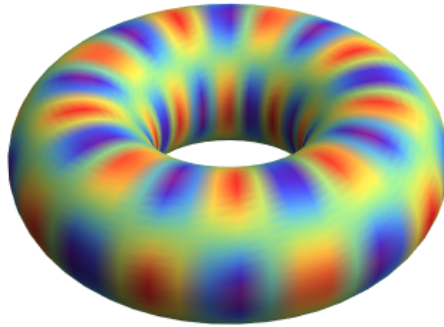


Här är en visualisering av egenfunktionen $\cos(y)$:

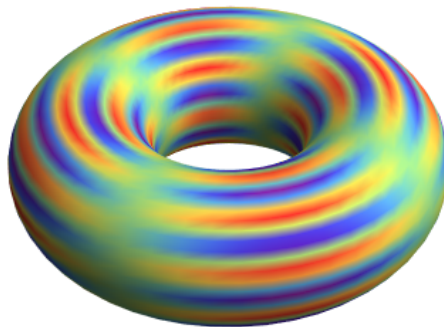


Eigenfunktioner för $k = -85$

Egenrummet för $k = -85$ spänns upp av funktionerna $\cos(mx)\cos(ny)$, $\cos(mx)\sin(ny)$ och $\sin(mx)\sin(ny)$, där m och n är positiva heltal sådana att $m^2 + n^2 = 85$, vilket inträffar precis då $(m, n) \in \{(2, 9), (9, 2), (6, 7), (7, 6)\}$. Här är en visualisering av egenfunktionen $\cos(2x)\cos(9y)$:



Här är en visualisering av egenfunktionen $\cos(9x)\sin(2y)$:



Här är en visualisering av egenfunktionen $\sin(6x)\sin(7y)$:

